
Entwicklung einer randomisierten Hough-Transformation zur Zylinderdetektion in Laserscans

Sarah MENNINGER, Michael BLEIER und Andreas NÜCHTER

Zusammenfassung

Neben Ebenen sind Zylinder eine der am häufigsten auftretenden grundlegenden Formen im industriellen Bereich, da sie als geometrische Primitive für Rohrleitungen, Gerüste und dergleichen dienen. Eine schnelle, effiziente und robuste Methode zur Detektion von Zylindern in Punktwolken ist somit essenziell, um die manuellen Schritte bei der Modellerzeugung zu minimieren. Auch wenn es möglich ist, mithilfe einer 5D Hough-Transformation Zylinder zu detektieren, so ist dieser Ansatz doch sehr komplex und zeitintensiv. Aus diesem Grund ist diese Methode auf großen Punktwolken nicht direkt anwendbar. Eine Verringerung der Komplexität kann durch einen sequenziellen zwei Schritt Ansatz ermöglicht werden. Der erste Schritt findet mithilfe einer 2D-Hough-Transformation eine starke Hypothese für die Zylinderachsenorientierung, während sich der Zweite mit der Suche des Radius und der Zylinderposition im dreidimensionalen Raum beschäftigt. Die vorliegende Arbeit stellt eine Randomized Hough-Transformation (RHT) basierte Implementierung vor, die sich damit beschäftigt, möglichst effizient Zylinder und Teilzylinder bis hin zu Halbzylindern automatisch zu detektieren. Mithilfe Simulations- sowie Echt Daten werden die Resultate anschließend verifiziert und bewertet.

1 Einleitung

3D-Laserscanning ist mittlerweile eine aufgrund ihrer Effektivität und Schnelligkeit verbreitete Möglichkeit, um dichte dreidimensionale räumliche Daten in Form von Punktwolken, zu erstellen. Da Zylinder neben Ebenen eine der häufigsten grundlegenden Formen im industriellen Bereich sind, ist die Zylinderdetektion ein grundlegender Bestandteil, um ein genaues Modell einer industriellen Szene zu erzeugen (RABBANI & HEUVEL 2005). Jedoch stellen viele Zylinderdetektionsalgorithmen auf unsortierten Punktwolken häufig Anforderungen an die Zylinderparameter, etwa was die Achsenausrichtung oder die Radiusgröße betrifft. Aus diesem Grund soll in diesem Beitrag ein Algorithmus vorgestellt werden, welcher Zylinder mit beliebigen Achsen und Radii detektieren kann. Dabei ist es mit dem Ansatz möglich nicht nur vollständige Zylinder, sondern auch Teilzylinder bis hin zu Halbzylindern robust und schnell zu erkennen.

2 Stand der Technik

Aufgrund der vielfältigen Einsatzmöglichkeiten von Zylindern wurden verschiedene Methoden entwickelt, um diese in 3D-Punktwolken zu detektieren. Im Allgemeinen bauen die Zylindererkennungsmethoden auf zwei verschiedenen Ansätzen auf, wobei der erste im Vorfeld eine Segmentierung braucht und der zweite auf den rohen Punktwolken arbeitet.

Der erste Ansatz versucht ein Zylindermodell auf eine Menge von segmentierten Punkten zu fitten. Dies erfolgt meistens über die Minimierung der orthogonalen Distanzen zur Zylinderoberfläche, wofür man etwa die Methode der kleinsten Quadrate (Least-Squares-Methode) nutzen kann (LUKÁCS ET AL. 1998). Wichtig hierbei sind gute Initialisierungsparameter, um lokale Minima zu vermeiden. Ein Nachteil dieses Ansatzes ist die starke Abhängigkeit von der Qualität der Vorsegmentierung (TAUBIN 1991). Gerade bei realen Daten kann die Qualität durch Rauschen oder Ausreißer negativ beeinflusst werden. Ein solcher Ansatz kann geeignet sein, wenn aufgrund vieler Ausreißer keine automatische Detektion der Zylinder möglich ist und somit die Eingabe eines Nutzers für eine erfolgreiche Detektion benötigt wird.

Der zweite Ansatz ist nicht von einer Vorsegmentierung abhängig. Hier werden die Zylinder mittels des Random Sample Consensus Algorithmus (RANSAC) oder der Hough-Transformation extrahiert. Ein RANSAC Ansatz nutzt dabei ein zufallsbasiertes Samplingverfahren mit möglichst wenig Messpunkten aus, um ein Modell in die Datenpunkte zu legen. Es werden so lange weitere mögliche Modelle berechnet, bis eine ausreichend gute Lösung gefunden wird. Im Falle der Zylinderdetektion kann ein Zylindermodell bereits aus 2 Messpunkten sowie deren Oberflächennormalen berechnet werden (SCHNABEL ET AL. 2007). Der große Nachteil eines RANSAC basierten Ansatzes ist die Parameterwahl, welche stark von dem Signal-Rausch-Verhältnis abhängt. Des Weiteren müssen die Zylinderhypothesen in jeder Iteration über alle Punkte validiert werden und es können in einem Durchgang nicht mehrere Modelle gleichzeitig detektiert werden.

Im Gegensatz zu RANSAC betrachtet eine Hough-Transformation alle Messpunkte und nutzt diese aus, um die zugehörigen Zellen im Hough-Raum zu akkumulieren. Ein globales Maximum im Hough-Raum ist somit eine Lösung für ein mögliches Modell. Dies erlaubt somit eine simultane Detektion mehrerer Zylinder. Ein Hough-Transformations-Ansatz hat den Vorteil stabil zu sein, wenn viele Zylinderinstanzen und Ausreißer vorhanden sind. Ein großer Nachteil ist jedoch der Rechenaufwand, der exponentiell mit der Anzahl an gesuchten Parametern steigt.

Da ein Zylinder fünf Freiheitsgrade besitzt, kann eine Hough-Transformation sehr schnell die Grenzen des gewünschten Rechen- und somit auch Zeitaufwandes sprengen. Der Artikel von RABBANI & HEUVEL (2005) liefert deshalb die Grundidee einer zweiteiligen Hough-Transformation zur Detektion von Zylindern. Diese Idee dient als Grundlage der in dieser Arbeit entwickelten Zylinderdetektion.

3 Zylinderdetektion mithilfe der Hough-Transformation

3.1 Zylinder Parametrisierung

Ein Zylinder besitzt insgesamt fünf Freiheitsgrade, wobei die Parametrisierung dieser nach RABBANI & HEUVEL (2005) erfolgt, um eine sequenzielle zwei Schritt Zylinderdetektion zu ermöglichen. Im ersten Schritt werden mithilfe einer 2D Hough-Transformation die Zylinderachsen berechnet, während im Zweiten mit einer 3D Hough-Transformation Radius sowie die Position des Zylinders bestimmt werden. Um diese Aufteilung zu ermöglichen wird der Zylinder durch fünf Parameter beschrieben. Für den ersten Schritt wird die Richtung der Zylinderachse n mithilfe der Polarkoordinaten φ und Θ beschrieben:

$$n = [(\cos(\Theta) \sin(\varphi), \sin(\Theta) \sin(\varphi), \cos(\Theta))]$$

Um anschließend im zweiten Schritt die Position sowie den Radius zu bestimmen, wird der Zylinder entlang seiner Achse auf eine Ebene projiziert, wobei das Ebenenkoordinatensystem mit den Achsen \mathbf{u} und \mathbf{v} orthonormal zur Zylinderachse ist. Somit wird aus dem dreidimensionalen Zylinder, ein zweidimensionaler Kreis mit dem Mittelpunkt $\mathbf{c}_m = (u_m, v_m)$ und dem Radius r . Für die Kreisgleichung gilt

$$r^2 = (x_p - u_m)^2 + (y_p - v_m)^2,$$

wobei (x_p, y_p) das projizierte unsortierte Punkteset auf dem Kreisrand beschreibt. In der Realität sind (x_p, y_p) jedoch fehlerbehaftet. Daraus folgen die parametrischen Gleichungen des Kreises:

$$x_p = u_m + r \cos(\theta_p) \text{ und } y_p = v_m + r \sin(\theta_p).$$

Im linken Bild der Abbildung 1 wird die Parametrisierung noch einmal visuell dargestellt. Im Folgenden wird sie verwendet, um die Zylinderdetektion zu erläutern. Als theoretische Grundlage dient stets RABBANI & HEUVEL (2005), jedoch werden für die Detektion statt der Standard Hough-Transformationen (SHT) Randomized Hough-Transformationen (RHT) verwendet und diese durch zusätzliche Algorithmen oder Auswertfunktionen optimiert.

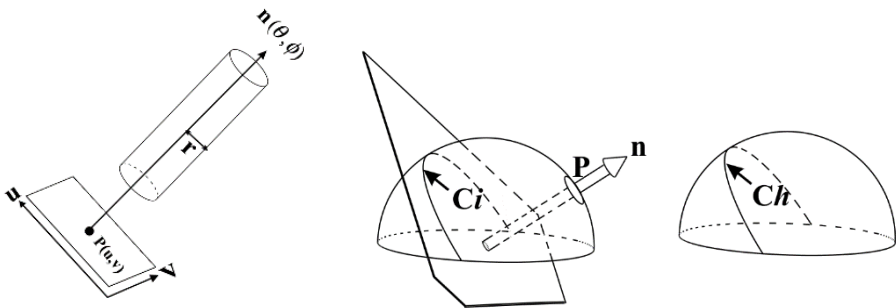


Abb. 1: Links: Darstellung der Zylinderparameter. Mitte: Sphärische Normale \mathbf{n} beschrieben durch Punkt \mathbf{P} auf Gaußscher Eingabesphäre. Rechts: \mathbf{P} entspricht einem Großkreis \mathbf{C}_h im Hough-Raum. Abbildungen aus RABBANI & HEUVEL (2005).

3.2 Zylinderachsendetektion

Für eine Zylinderdetektion muss zuerst eine starke Hypothese für die Zylinderachse gefunden werden. Hierbei kann die Besonderheit genutzt werden, dass die Normalen eines Zylinders einen Großkreis auf der Gaußschen Sphäre bilden. Dieser Großkreis stellt durch das Schneiden der Gaußschen Sphäre eine Ursprungsebene da, deren Normalenvektor gleich der Zylinderachse ist. Eine Zylinderachsendetektion entspricht somit dem Detektieren einer Ursprungsebene. Für eine Ursprungsebenendetektion wird ein sphärischer 2D-Hough-Raum benötigt, wobei die zwei Parameter die Normale der Ebene in sphärischen Koordinaten beschreiben. Der Hough-Raum kann auf eine halbe Sphäre reduziert werden, da die Vektoren \mathbf{w} und $-\mathbf{w}$ derselben Zylinderachse entsprechen. Da die gesuchte Ebene die Gaußsche Sphäre schneidet, akkumuliert jeder Eingabepunkt \mathbf{P} alle Zellen in einer Kreisregion im Hough-Raum. Dieser Zusammenhang wird in Abbildung 1 dargestellt. (RABBANI & HEUVEL 2005)

Der erste Schritt der Implementierung ist somit für jeden Eingabepunkt die Normale auf der Einheitskugel zu berechnen, anschließend den Akkumulator zu erstellen und angelehnt an BORRMANN ET AL. (2011) in nahezu flächengleiche Zellen aufzuteilen. Um möglichst wenig Zellen im Akkumulator zu berühren, wird eine RHT zur Detektion verwendet. Somit werden für jede Iteration zwei Punkte $\mathbf{p1}$ und $\mathbf{p2}$ zufällig ausgewählt, wobei die Distanz zwischen $\mathbf{p1}$ und $\mathbf{p2}$ größer als ein zuvor festgelegter Schwellwert sein sollte, um Sensorrauschen entgegenzuwirken. Aus diesen und dem Koordinatenursprung $\mathbf{p0}$ wird eine Ursprungsebene mit der Ebenennormalen $\mathbf{n}(\varphi, \theta)$ berechnet und anschließend die korrespondierende Zelle im Akkumulator $\mathbf{A}(\varphi, \theta)$ inkrementiert. Ein Maximum im Akkumulator entspricht einer Zylinderachsenhypothese. Das Finden dieser Maxima erfolgt mithilfe einer "Sliding Window"-Prozedur (KIRYATI & ELDAR 1991). Hierbei wird ein kleines zweidimensionales Fenster definiert, das den kompletten Maximabereich und Nachbarzellen im Akkumulator überlagern kann. Die hervorstechendste Ebene korrespondiert dabei mit dem Mittelpunkt des Quadrats im Hough-Raum mit dem größten Maximum. Im Gegensatz zu einem einfachen Schwellwert bietet dieses Verfahren bessere Interpolationsmöglichkeiten.

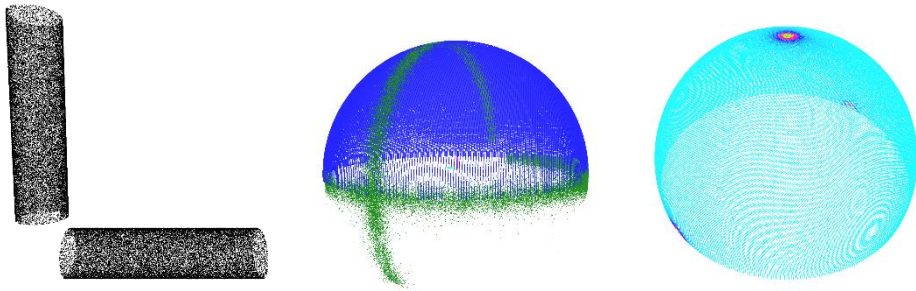


Abb. 2: Links: Beispiel für Punktwolke. Mitte: Darstellung der daraus berechneten Großkreise (grün). Rechts: Akkumulator nach RHT mit Maxima für Zylinderachsen.

3.3 Radius und Positionsbestimmung

Anschließend werden für jede detektierte Zylinderachse die Position sowie der Radius des Zylinders bestimmt. Zu Beginn müssen hierfür alle Punkte, die für die beliebige Zylinderachse \mathbf{n} gestimmt haben, vorselektiert werden und entlang dieser auf eine Ebene projiziert werden (**P2D**). Für eine möglichst schnelle Projektion wird ein orthonormales Koordinatensystem, beschrieben durch die drei Basisvektoren $(\mathbf{u} \ \mathbf{v} \ \mathbf{n})$, wobei \mathbf{n} die Zylinderachse ist, berechnet. Ist die Achsenrichtung perfekt detektiert, so wird der Zylinder als exakter Kreis auf der Ebene dargestellt. (RABBANI & HEUVEL 2005)

Um diese Kreise möglichst schnell und ohne Einschränkung des Radius zu finden, wird nicht wie in (RABBANI & HEUVEL 2005) eine SHT verwendet, sondern eine RHT. In jeder RHT Iteration werden drei nicht kollineare, zufällige Punkte aus **P2D** ausgewählt und aus diesen ein Kreis \mathbf{K} mit dem Kreismittelpunkt $\mathbf{cm} = (um, vm)$ und dem Radius r berechnet. Die drei Parameter werden anschließend auf wenigen Nachkommastellen gerundet. Die gerundeten Kreisparameter (um', vm', r') beschreiben eine Zelle im Akkumulator. Ist diese Zelle bereits vorhanden wird sie inkrementiert, wenn nicht mit einem Wert von 1 initialisiert (GUO ET AL. 2006). Besitzt eine Akkumulatorzelle einen Wert über ν , so werden alle Punkte \mathbf{Pc} aus **P2D** ausgewählt, deren Distanz zu dem Kreisrand kleiner als td ist. Sollte $\mathbf{Pc} < t0$ oder $\mathbf{Pc}/r' < t1$ wird der Kreis verworfen, wobei $\nu, td, t0$ und $t1$ vor der RHT definiert sein müssen. Der Kreis wird ebenfalls verworfen, sollte die Anzahl an Punkten im Kreis größer als \mathbf{Pc} sein. Im zweiten Validierungsschritt wird der Kreis in n_{seg} gleichgroße Kreissektoren aufgeteilt. Ein Sektor gilt als positiv sobald ein Punkt aus \mathbf{Pc} auf diesem liegt. Für eine erfolgreiche Validierung müssen mindestens $p_{seg}\%$ der Sektoren positiv sein (GUO ET AL. 2006). Ist dies der Fall, kann der Kreis mithilfe eines Least-Square Ansatz nach THOMAS & CHAN (1989) auf den Umgebungspunkten optimiert werden. Dieser zweiteilige Ansatz hat den Vorteil schneller als eine hochauflösende RHT zu sein und gleichzeitig optimierte Ergebnisse zu liefern.

3.4 Zylinderenddetektion

Für die Zylinderenddetektion wird, wie für die Kreisdetektion, das vorselektierte Punkteset \mathbf{Pc} verwendet. Anschließend werden für jeden Zylinder \mathbf{Z} mit der Achse \mathbf{w} alle Punkte \mathbf{Pcyl} selektiert, die auf seiner Mantelfläche liegen. Hierfür wird aus \mathbf{w} und dem Punkt auf der Achse \mathbf{pw} , gegeben durch den transformierten Mittelpunkt des Zylinderkreises \mathbf{K} , eine Gerade \mathbf{g} definiert und für jeden Punkt \mathbf{p} aus \mathbf{Pc} die Distanz d zu \mathbf{g} berechnet. \mathbf{Pcyl} wird aus allen N Punkten gebildet, für die $r-\lambda \leq d \leq r+\lambda$ gilt, wobei r der Radius von \mathbf{K} und λ ein kleiner Schwellwert ist. Anschließend werden alle Punkte aus \mathbf{Pcyl} senkrecht auf \mathbf{g} projiziert, entlang \mathbf{g} sortiert und die Distanz d zu ihrem jeweils nächsten Nachbarn berechnet. Aus allen Distanzen d wird der Mittelwert d_{mean} gebildet. Danach werden die projizierten Mantelflächenpunkte in zusammengehörige Gruppen aufgeteilt, ein Punkteset gilt als Gruppe, wenn die Distanz zwischen zwei Nachbarn kleiner gleich $d_{mean} \cdot t_m$ ist, wobei t_m dem Nutzer eine Möglichkeit gibt, d_{mean} der Punktwolke anzupassen. Die Gruppe mit den meisten Punkten bildet die projizierte Mantelfläche des Zylinders und bestimmt somit den Zylinderachsenanfangs sowie -endpunkt. Ein möglicher Zylinder wurde detektiert. Im folgenden Abschnitt wird der Detektionsalgorithmus in zwei Experimenten getestet.

4 Experimente und Auswertung

Das erste Experiment besteht aus 21 Zylindern mit Radius 4mm, wobei jeder Zylinder eine andere Achse besitzt, siehe Abbildung 3. Zu Beginn wird eine Punktwolke mit 160 000 Punkten aus dem CAD Mesh generiert. Bei insgesamt 1000 Durchläufen wurden 105 der 21 000 Zylindern nicht detektiert. Für jeden Zylinder wurden die mittleren Fehler aus den 1000 Durchläufen bestimmt, wobei die größte mittlere Achsenabweichung nur $0,009^\circ$ und die größte mittlere Radiusabweichung 0,026 mm betrug. Es erfolgte keine Falschdetektion. Obwohl die großen Ebenen vor der Zylinderdetektion aus dem Scan entfernt wurden, führten die verbliebenen Ebenenpunkte zu kreisförmigen Maxima im Akkumulator der Zylinderachsendetektion, siehe Abbildung 4. Dies kann zu größeren Fehlern führen und erhöht die Laufzeit da die Radius-/Positionsbestimmung zusätzlich für falsche Achsen berechnet wird.

Im zweiten Durchlauf wurde das Experiment 3D-gedruckt und mithilfe eines Artec Leo gescannt (~425 000 Punkte). Bei insgesamt 1000 Durchläufen wurden 142 Zylinder nicht detektiert, dies entspricht ca. dem Ergebnis auf simulierten Daten. Es gab jedoch auch 267 Falschdetektionen. Diese detektierten, aber nichtexistierenden Zylinder besitzen meistens einen unrealistisch kleinen Radius und können durch eine Ergänzung des vorgestellten Algorithmus am Ende herausgefiltert werden. Die größte mittlere Achsenabweichung beträgt $0,98^\circ$ und die größte mittlere Radiusabweichung 0,34mm. Neben den Ebenenpunkten, führten auch die stark gerundeten Kanten aus der Scanner Nachbearbeitungssoftware (Schließen von Löchern im Mesh-Algorithmus) zu den höheren Ungenauigkeiten.

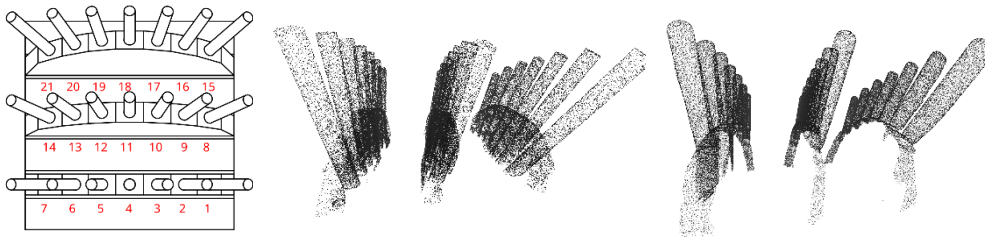


Abb. 3: Beispiel 1. Links: Zeichnung. Mitte: Rauschfreie Punktwolke. Rechts: Realer Scan.

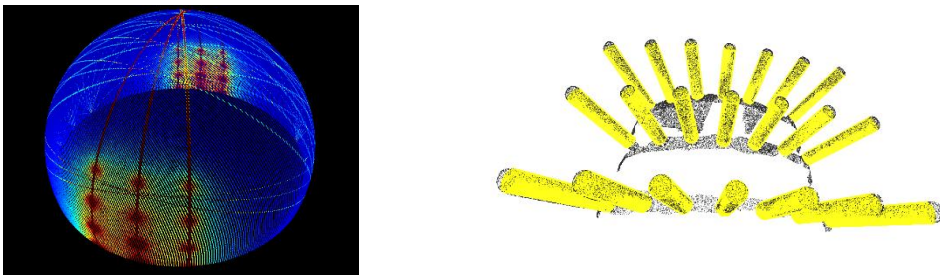


Abb. 4: Links: Hough-Akkumulator: Rote Großkreise ergeben sich durch Ebenen in der Eingabepunktwolke; rote Punkte entsprechen den realen Zylinderachsen Maxima. Rechts: Detektierte Zylinder in gelber Farbe.

Für das zweite Experiment wurde ein Aufbau mit 6 Zylindern und 16 Halbzyindern gewählt, wobei die ganzen Zylinder auf der Ebene stehen, während die Halben auf dieser liegen. Das Testobjekt ist in Abbildung 5 dargestellt. Die Halbzyylinder besitzen zwei unterschiedliche Radii mit entweder 5mm oder 7,5 mm Radius. Zunächst wurde der Algorithmus erneut auf einer rauschfreien, synthetischen Punktwolke mit ca. 50 000 Punkten getestet. Von 22 000 Zylindern wurden insgesamt 1309 nicht detektiert, wobei 1000 Fehldetektionen auf den kleinsten stehenden Zylinder (Zylinder 0) zurückzuführen sind. Dieser konnte aufgrund seiner kleinen Mantelfläche nicht gefunden werden. Es gab keine Falschdetektionen. Der maximale Fehlerwinkel liegt bei $0,51^\circ$, während die maximale mittlere Radiusabweichung 0,01mm beträgt.

Um runde Kanten zu vermeiden, wurde das zweite Experiment mit einem scanControl 2900-25 gescannt (~239 000 Punkte) der mit einem Industriemanipulator über das Objekt geführt wurde. Insgesamt konnten 2624 Zylinder nicht detektiert werden wobei 1000 auf Zylinder 0 und weitere 1000 auf Zylinder 1 zurückzuführen sind, da aufgrund eines Schattens Zylinder 1 ebenfalls zu wenig Mantelpunkte für eine erfolgreiche Detektion besaß. Der maximale Fehlerwinkel beträgt $2,6^\circ$ und die mittlere Radiusabweichung 0,1mm. Der Algorithmus konnte somit bei beiden Beispielen die meisten Zylinder erfolgreich und zuverlässig detektieren.



Abb. 5: Beispiel 2. Links: CAD-Zeichnung. Mitte: Realer Scan. Rechts: Detektierte Zylinder in gelber Farbe.

5 Zusammenfassung

In diesem Beitrag wurde eine RHT für die Zylinderdetektion in unsortierten Punktwolken vorgestellt. Die Grundidee der Separation der Hough-Transformation in Zylinderachsendetektion und Radius-/Positionsbestimmung ist dabei von RABBANI & HEUVEL (2005) übernommen. Die beiden Detektionsschritte wurden durch die Entwicklung einer Randomisierten Hough-Transformation in der Laufzeit verbessert und die Auswertung des Hough-Akkumulators durch eine Fensterfunktion präziser gestaltet. Des Weiteren ist der Algorithmus allgemeingültiger anwendbar, da die scharfe Diskretisierung und Einschränkung des Wertebereichs für den Zylinderradius, aufgrund des zur Laufzeit erweiterbaren Akkumulators, entfallen. Zudem wird die Schätzung des Radius und der Zylinderposition über eine Least-Squ-

are-Optimierung verbessert und Falschdetektionen sowie Mehrdeutigkeiten durch die Kreisvalidierung aufgelöst. Neu ist auch die Nachverarbeitung der Zylinderdetektion, bei der anhand der Nächsten Nachbarschaft Zylindermantelpunkte segmentiert werden, um den Anfangs- und Endpunkt des Zylinders im Raum und somit die Länge bestimmen zu können. In Experimenten wurde die Funktion der Methode auf synthetischen Daten und 3D-Scans ausgewertet. Einschränkungen der Methode zur Anwendung auf großflächigen Punktwolken ergeben sich durch Fehldetektionen bei Punktwolken in denen große Ebenen vorhanden sind. Diese können wie auch von RABBANI & HEUVEL (2005) vorgeschlagen durch eine vorgeschaltete Ebenendetektion herausgefiltert werden. Die für diesen Beitrag entwickelte Implementierung ist als Open Source in 3DTK - The 3D Toolkit (NÜCHTER ET AL. 2022) verfügbar.

Literatur

- Borrmann, D., Elseberg, J., Lingemann, K. & Nüchter, A. (2011): *The 3D Hough Transform for plane detection in point clouds: A review and a new accumulator design*. 3D Research 2, Nr. 2.
- Guo, S., Zhang, X. & Zhang, F. (2006): *Adaptive Randomized Hough Transform for Circle Detection using Moving Window*. 2006 International Conference on Machine Learning and Cybernetics.
- Kimme, C., Ballard, D. & Sklansky, J. (1975): *Finding Circles by an Array of Accumulators*. Communications of the ACM 18, Nr. 2, S. 120 – 122.
- Kiryati, N., Eldar, Y. & Bruckstein, A.M. (1991): *A probabilistic Hough transform*. Pattern Recognition 24, Nr. 4, S. 303 – 316.
- Lukács, G., Martin, R. & Marshall, D. (1998): *Faithful Least-Squares Fitting of Spheres, Cylinders, Cones and Tori for Reliable Segmentation*. Proceedings of the 5th European conference on computer vision.
- Nüchter, A. et al. (2022): *3DTK - The 3D Toolkit*. <http://threedtk.de>, abgerufen am 01.02.2022.
- Rabbani, T. & Heuvel, F. (2005): *Efficient Hough transform for automatic detection of cylinders in point clouds*. Proc ISPRS Workshop Laser Scan 2005, ISPRS Arch 36, 01.
- Schnabel, R., Wahl, R. & Klein, R. (2007): *Efficient RANSAC for Point-Cloud Shape Detection*. Computer Graphics Forum 26, Nr. 2, S. 214-226.
- Taubin, G. (1991): *Estimation of planar curves, surfaces, and nonplanar space curves defined by implicit equations with applications to edge and range image segmentation*. IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence 13, Nr. 11, S.1115-1138.
- Thomas, S.M. & Chan, Y.T. (1989): *A simple approach for the estimation of circular arc center and its radius*. Computer Vision, Graphics, and Image Processing 45, Nr. 3, S. 362 – 370.

Autoren

Menninger, Sarah

Julius-Maximilians-Universität Würzburg, Informatik VII - Robotik und Telematik

sarah.menninger@uni-wuerzburg.de

Bleier, Michael

Julius-Maximilians-Universität Würzburg, Informatik VII - Robotik und Telematik

michael.bleier@uni-wuerzburg.de

Nüchter, Andreas

Julius-Maximilians-Universität Würzburg, Informatik VII - Robotik und Telematik

andreas.nuechter@uni-wuerzburg.de